

## 活塞压力计测量不确定度评定

北京德朗电子技术开发有限公司 岑月琴

### 1. 引言

活塞压力计作为使用最广泛的压力标准仪器，我们已经对它的测量不确定度评定方法作了很多工作，并在中国计量测试学会压力计量专业委员会组编的《压力测量不确定度评定》书中已提出了一套处理方法。为了更好的推广这些业已形成的评定方法，还有必要对这些评定方法进行简化，形成一个既能有效评定活塞压力计的测量不确定度，又能为广大活塞压力计使用者接受的简化方案。

### 2. 活塞压力计的工作原理

活塞压力计如[图 2-1]所示，主要由活塞组件和砝码等组成，它是以流体静力学平衡原理及帕斯卡定律为基础测量压力的，活塞在活塞筒内可以垂直地上下自由运动或转动，压力通过工作介质（流体）作用在活塞底面产生的力和加于活塞上端的砝码及活塞本体的重力相平衡。工作介质可为气体或液体，活塞压力计可用来测量气体或液体压力。其压力定义公式如下：

$$P = \frac{F}{A} \quad (1)$$

式中：F--- 活塞及所加砝码在重力场中产生的力

$$F = [Mg(1 - \rho_a/\rho_m) + \Gamma C + F_r] \cos\theta \quad (2)$$

A---活塞有效面积

$$A = A_0 [1 + (\alpha_c + \alpha_p)(t - 20^\circ\text{C})] (1 + \lambda P) \quad (3)$$

式(2)(3)代入式(1)则有：

$$P = \frac{\left[ Mg \left( 1 - \frac{\rho_a}{\rho_m} \right) + \Gamma C + F_r \right] \cos\theta}{A_0 [1 + (\alpha_p + \alpha_c)(t - 20^\circ\text{C})] (1 + \lambda P)} \quad (4)$$

式中：M--- 砝码、活塞及连接件总质量 M（真空中的质量）

g-----活塞压力计工作地点的重力加速度

$\rho_a$  -----空气密度

$\rho_m$  ----砝码密度

$\theta$  -----活塞轴线与重力方向的夹角

$\Gamma$  -----流体的表面张力系数

C----- 活塞的周长

$F_r$ -----主要为活塞杆和活塞筒之间的摩擦力，表现为活塞的灵敏阈

$A_0$ ---活塞组件在零压和 20℃下的有效面积

$\alpha_p$  和  $\alpha_c$  -----活塞杆和活塞筒的线性热膨胀系数

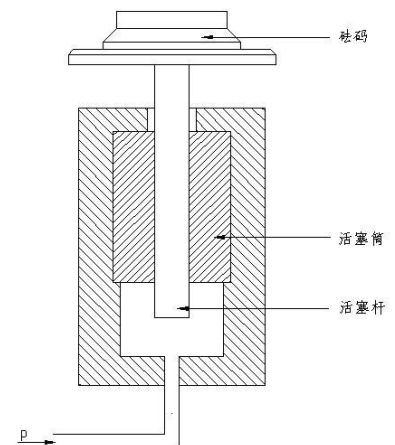
t----- 活塞组件温度

$[1 + (\alpha_c + \alpha_p)(t - 20^\circ\text{C})]$  项为温度变化修正项

$\lambda$  -----压力形变系数

P-----工作压力

$(1 + \lambda P)$  项为压力形变修正项



实际使用活塞压力计测量压力时，还须考虑其他因素的影响，如压力测量点至活塞低端的距离  $h$  引入的液（气）柱差修正项： $\rho_l gh$ ，当测量点高出活塞低端时  $h$  为负，反之为正， $\rho_l$  为测压介质密度；测量绝压时，还须引入真空罩中的参考真空  $P_r$ （测量表压时为零），故一般活塞压力计测量压力的表达式如下：

$$P = \frac{\left[ Mg \left( 1 - \frac{\rho_a}{\rho_m} \right) + \Gamma C + F_r \right] \cos \theta}{A_0 [1 + (\alpha_p + \alpha_c)(t - 20^\circ\text{C})] (1 + \lambda P)} + \rho_l gh + P_r \quad (5)$$

### 3. 活塞压力计的压力测量不确定度

#### 3.1 活塞压力计压力测量各输入量及其灵敏系数

当用活塞压力计测量压力时，压力由式（5）计算得到，其中各个量  $x_i$  对压力的影响是不一样的，这通常用灵敏系数表示，

$$\text{即： } c_i = \frac{\partial P}{\partial x_i}$$

$$\text{或者采用相对灵敏系数： } c_{ri} = \frac{1}{P} \times \frac{\partial P}{\partial x_i}$$

式（5）中偏导数与压力无关的影响量采用表 4-1 所示的灵敏系数，偏导数与压力有关的影响量采用表 4-2 所示的相对灵敏系数。

表 4-1 活塞压力计压力测量影响量及其灵敏系数

影响量 $x_i$	$\Gamma$	C	h	$p_r$	$F_r$
灵敏系数 $c_i$	$C/A_0$	$\Gamma/A_0$	$\rho_l g$	1	$1/A_0$

表 4-2 活塞压力计压力测量相对影响量及其相对灵敏系数  
其中灵敏系数为一级近似。

#### 3.2 活塞压力计压力测量不确定度评定

活塞压力计的不确定度分为 A 类和 B 类。

##### 3.2.1 A 类不确定度评定

活塞压力计压力测量的重复性纳入 A 类不确定度，它的评定有以下两种途径：

- 1) 由上一级标准传递时的测量数据给出。
- 2) 选用一个分辨率高、短期稳定性好的压力仪器，用活塞压力计对该仪器反复测量得到。

在得到被评定活塞压力计一组共  $n$  个测量数据  $P_i$  后，采用贝塞尔公式计算由于活塞压力计测量重复性引入的 A 类测量不确定度：

影响量 $x_i$	M	G	$\rho_a$	$\rho_m$	$A_0$	$\alpha_p + \alpha_c$	t	p	$\theta$	$\lambda$
相对灵敏系数 $C_{ri}$	1/M	1/g	1/ $\rho_m$	$\rho_a/\rho_m^2$	1/ $A_0$	t-20°C	$\alpha_p + \alpha_c$	$\lambda$	sin $\theta$	p

$$u_A(p) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (P_i - \bar{P})^2}{n-1}} \quad (6)$$

其中  $\bar{P}$  为  $n$  次测量的平均值， $u_A(p)$  为其任一次测量结果对应的 A 类不确定度 [即： $u_A(p) = S(p)$ ]。

##### 3.2.2 B 类不确定度评定

由压力定义公式（5）中各个量  $x_i$  引入的压力测量不确定度均为 B 类不确定度。

量  $x_i$  的标准不确定度表示为： $u(x_i)$

由  $x_i$  引入的压力测量标准不确定度分量表示为： $u_i = c_i u(x_i)$ ，即  $x_i$  的标准不确定度与它的灵敏系数的乘积。

##### 3.2.3 合成标准不确定度

表 4-1 列出的影响量的灵敏系数与压力无关，这部分影响量引入的压力测量不确定度为不随测量压力变

化的常数值。表 4-2 列出的影响量的灵敏系数随测量压力变化，而它们的相对灵敏系数与压力有关，由这部分影响量引入的相对测量不确定度为不随测量压力变化的常数值。为了不确定度合成的方便，我们通常把它们分成两组，分别按照方和根的方法合成，然后相加：

$$u_c(p) = u_{rc}(p) \cdot p + u_{ac}(p) \quad (7)$$

$$\text{其中：} u_{rc} \text{ 为相对合成标准不确定度，} u_{rc}(p) = \sqrt{\sum_i c_{ri}^2 u(x_i)^2} \quad (8)$$

$$u_{ac} \text{ 为合成标准不确定度，} u_{ac}(p) = \sqrt{\sum_j c_{aj}^2 u(x_j)^2} \quad (9)$$

### 3.2.4 扩展不确定度

一般压力测量，测量结果按正态分布估计，对于 95% 的置信概率，当自由度足够大时覆盖因子  $k$  取 2，对应的扩展不确定度为：

$$U = 2u_c(p) \quad (10)$$

## 3.3 0.005 级活塞压力计的不确定度讨论

在压力量值传递中，0.005 级活塞压力计具有广泛的代表性，下面针对 0.005 级活塞压力计进行讨论，力求简化压力测量不确定度评定方法。

### 3.3.1 不确定度分量

为了让大家对各不确定度分量及其量级有一个认识，这里就 0.005 级活塞压力计各不确定度分量及其最大的不确定度贡献列表如下。

表 4-3 0.005 级活塞压力计各影响量引入的不确定度量级

影响量 $x_i$	影响量数值	灵敏系数 $c_{ri}$	灵敏系数值(最大)	影响量的标准不确定度 $u(x_i)$ (最大)	标准不确定度分量 $u_i(p)$ (最大)
M	1kg (一块大砝码)	1/M	1/kg	$1 \times 10^{-5}$ kg	0.001%
g	$9.8 \text{ m/s}^2$	1/g	$0.1 \text{ s}^2/\text{m}$	$3 \times 10^{-4} \text{ m/s}^2$	0.003%
$\rho_a$	$1.2 \text{ kg/m}^3$	$1/\rho_M$	$1.26 \times 10^{-4} \text{ m}^3/\text{kg}$	$0.05 \text{ kg/m}^3$	0.0006%
$\rho_M$	$7920 \text{ kg/m}^3$	$\rho_a/\rho_M^2$	$1.9 \times 10^{-8} \text{ m}^3/\text{kg}$	$1 \times 10^2 \text{ kg}$	0.0002%
$\Gamma$	$3 \times 10^{-2} \text{ N/m}$ (一般介质油)	$C/(A \times p)$	$7 \times 10^{-4} \text{ m/N}$	$5 \times 10^{-3} \text{ N/m}$	0.0003%
C	$3.5 \times 10^{-2} \text{ m}$ ( $1 \text{ cm}^2$ 的活塞)	$\Gamma/(A \times p)$	$6 \times 10^{-4} / \text{m}$	$1 \times 10^{-7} \text{ m}$	0
$A_0$	$1 \times 10^{-5} \text{ m}^2$ ( $0.1 \text{ cm}^2$ 的活塞)	$1/A_0$	$1 \times 10^5 / \text{m}^2$	$3 \times 10^{-10} \text{ m}^2$	0.003%
$\alpha_{p+} \alpha_c$	$9 \times 10^{-6} / ^\circ\text{C}$ (碳化钨活塞)	$t - 20^\circ\text{C}$	$1^\circ\text{C}$	$0.9 \times 10^{-6} / ^\circ\text{C}$	0.0001%
	$2.4 \times 10^{-5} / ^\circ\text{C}$ (钢)	$t - 20^\circ\text{C}$	$1^\circ\text{C}$	$2.4 \times 10^{-6} / ^\circ\text{C}$	0.0002%
t	$20^\circ\text{C}$ (钢)	$\alpha_{p+} \alpha_c$	$2.4 \times 10^{-5} / ^\circ\text{C}$	$1^\circ\text{C}$	0.0009%
p	250MPa	$\lambda$	$5 \times 10^{-6} / \text{MPa}$	0.0125 MPa	0
$\theta$	$1^\circ$	$\sin\theta$	$2.9 \times 10^{-4}$	$5.8 \times 10^{-4}$	0
	$10^\circ$		0.0029	0.0058	0.0016%
$\lambda$	$1 \times 10^{-6} / \text{MPa}$ (碳化钨活塞)	P	250MPa	$1 \times 10^{-7} / \text{MPa}$	0.0025%
			60MPa	$1 \times 10^{-7} / \text{MPa}$	0.0006%
			6MPa	$1 \times 10^{-7} / \text{MPa}$	0.00021%
h	设：液柱差测量误差 5mm	$\rho g/p$	$1.47 \times 10^{-1} / \text{m}$	$5 \times 10^{-3} \text{ m}$	0.07%
$p_r$	5Pa	$1/p$	$1 \times 10^{-4} / \text{Pa}$ (10kPa)	0.5Pa	0.005%
$F_r$ (鉴别力)	$1 \times 10^{-4} \text{ N}$ (10mg 砝码)	$1/(A \times p)$	$2 \times 10^{-2} / \text{N}$	$1 \times 10^{-4} \text{ N}$	0.0002%

对于活塞压力计，不确定度贡献小于总不确定度 1/10 的量在不确定度合成时已无足轻重，为了简化处理过程而又不会影响不确定度合成的最后结果，根据上表，对于 0.005 级的活塞压力计，在不确定度合成时，仅需考虑下表中的分量即可。

表 4-4 0.005 级及其以下的标准活塞压力计, 不确定度评定需考虑的影响量

影响量 $x_i$	M	g	$\rho_a$	$A_0$	t	$\theta$	$\lambda$
相对灵敏系数 $c_{r_i}$	1/M	1/g	1/ $\rho_M$	1/ $A_0$	$\alpha_p + \alpha_c$	$\sin\theta$	P
影响量 $x_i$	h	$p_r$	$F_r$				
灵敏系数 $c_i$	$\rho_l g$	1	1/ $A_0$				

表中 M、 $A_0$  由上级标准给出, g 可通过实测得到,  $\lambda$  由厂家通过试验或上级标准传递得到,  $\rho_a$  可测量得到或者到当地气象部门查询大气数据, t、h、 $p_r$  实际测量得到、 $\theta$  由操作人员调整到规程要求的范围内, 则其影响可忽略, 所以保留该项, 是因为如果活塞不被调平, 该项影响将非常大。 $F_r$  为活塞筒和活塞杆之间的摩擦力, 它的大小由活塞的研磨质量决定, 表现为活塞的鉴别力。

### 3.3.2 合成标准不确定度

根据以上讨论, 0.005 级的活塞压力计, 需要考虑的影响量有: M、g、 $\rho_a$ 、 $A_0$ 、t、 $\theta$ 、 $\lambda$ 、h、 $p_r$ 、和  $F_r$ 。合成标准不确定度  $u_c(p)$  分为不随压力变化的绝对不确定度  $u_{ac}$  和随压力变化的相对不确定度  $u_{rc}$ , 两部分, 分别表述为:

$$u_{rc}(p) = \sqrt{\left(\frac{1}{p}\right)^2 u_A^2 + \left(\frac{1}{M}\right)^2 u^2(M) + \left(\frac{1}{g}\right)^2 u^2(g) + \left(\frac{1}{A_0}\right)^2 u^2(A_0) + \left(\frac{1}{\rho_M}\right)^2 u^2(\rho_a) + \alpha^2 u^2(t) + \sin^2 \theta u^2(\theta) + p^2 u^2(\lambda)} \quad (11)$$

$$u_{ac}(p) = \sqrt{(\rho_l g)^2 u^2(h) + u^2(p_r) + \left(\frac{1}{A_0}\right)^2 u^2(F_r)} \quad (12)$$

$$u_c(p) = u_{rc}(p) \times p + u_{ac}(p) \quad (13)$$

### 3.3.3 扩展不确定度

0.005 级以下活塞压力计的压力测量扩展不确定度表示为:

$$U = k u_c(P) \quad (14)$$

$$k=2$$

### 3.3.4 压力计算公式

经过调平的活塞压力计, 活塞轴线偏离垂直方向  $2'$  对压力的影响几乎为零, 公式 (5) 中可取消该项; 活塞筒和活塞杆之间的摩擦力为一随机性的力, 不可测量, 整项将作为误差列入不确定度分析, 在公式中去除。

对于油介质活塞压力计, 不做绝压测量,  $P_r=0$ , 式 (5) 简化后油介质活塞压力计压力计算公式如下:

$$P = \frac{Mg \left(1 - \frac{\rho_a}{\rho_m}\right) + \Gamma C}{A_0 [1 + (\alpha_p + \alpha_c)(t - 20^\circ C)] (1 + \lambda P)} + \rho_l g h \quad (15)$$

对于有效面积  $1\text{cm}^2$  的活塞压力计, 式 (15) 中表面张力项  $\Gamma C$  对压力 P 的贡献约为 10Pa, 对于测量上限大于 30MPa 的活塞压力计, 压力计算公式中可取消该项。

对于气介质活塞压力计,  $\Gamma C$  对压力测量几乎没有影响, 可取消该项; 式 (5) 简化后, 气介质活塞压力计压力计算公式如下:

$$P = \frac{Mg \left(1 - \frac{\rho_a}{\rho_m}\right)}{A_0 [1 + (\alpha_p + \alpha_c)(t - 20^\circ C)] (1 + \lambda P)} + \rho_l g h + P_r \quad (16)$$

对于表压测量,  $P_r=0$ 。

## 4. 活塞压力计有效面积的确定及其测量不确定度

### 4.1 全压力法确定活塞有效面积及其测量不确定度

所谓全压力法既是我们已知被测活塞压力计活塞底端的压力, 通过变换压力计算公式 (15), 求得活塞的有效面积。采用全压力法确定活塞的有效面积, 压力标准即可是活塞压力计, 也可液体压力计、数字压力

计或者其它种类的压力标准。

被测活塞压力计的面积计算公式如下：

$$A_{T0} = \frac{Mg \left( 1 - \frac{\rho_a}{\rho_m} \right) + \Gamma C}{(P_s - \rho_l gh) [1 + (\alpha_p + \alpha_c)(t - 20^\circ C)] (1 + \lambda P)} \quad (17)$$

#### 4.1.1 主要影响量及其灵敏系数

通过对各影响量求偏导并除以  $A_{T0}$ ，可得各影响量的相对灵敏系数如下表 4-5：

表 4-5 活塞压力计面积测量影响量及其灵敏系数

影响量 $x_i$	M	g	$\rho_a$	$\rho_m$	$p_s$	$\alpha_p, \alpha_c$	t
相对灵敏系数 $c_{ri}$	1/M	1/g	1/ $\rho_m$	$\rho_a/\rho_m^2$	1/ $p_s$	t-20°C	$\alpha_p, \alpha_c$
影响量 $x_i$	P	$\theta$	$\lambda$	$\Gamma$	C	h	$F_r$
相对灵敏系数 $c_{ri}$	$\lambda$	$\sin\theta$	p	C/( $A_{T0} \times P_s$ )	$\Gamma/(A_{T0} \times P_s)$	$\rho_l g / p_s$	1/( $A_{T0} \times P_s$ )

对比表 4-5 和 4-1 可知，各影响量对压力的灵敏系数与对有效面积的灵敏系数相同，因此，评定 0.005% 级活塞压力计有效面积测量不确定度时，所需考虑的影响量和评定压力测量不确定度的相同，评定有效面积的测量不确定度所需考虑的影响量如下表 4-6。

表 4-6 0.005% 级活塞压力计面积测量的影响量及其灵敏系数

影响量 $x_i$	M	g	$\rho_a$	$p_s$	t	$\theta$	$\lambda$
相对灵敏系数 $c_{ri}$	1/M	1/g	1/ $\rho_m$	1/ $p_s$	$\alpha_p + \alpha_c$	$\sin\theta$	P
影响量 $x_i$	h	$F_r$					
相对灵敏系数 $c_{ri}$	$\rho_l g / p_s$	1/( $A_{T0} \times p_s$ )					

在采用高一级的活塞压力计确定活塞压力计的有效面积时，由于两活塞所处环境大气密度相同、重力加速度相同，它们对试验的影响相互抵消，因此，在做活塞压力计有效面积的不确定度评定时，可不考虑  $\rho_a$  和 g，只有对被测活塞压力计进行压力测量不确定度评定时，才考虑它们。

#### 4.1.2 合成标准不确定度

##### 1) A 类不确定度

通过对活塞压力计有效面积的 n 次测量，分别得到  $A_{T01}$ 、 $A_{T02}$  ……  $A_{T0i}$  ……  $A_{T0n}$ ，采用贝塞尔公式计算活塞压力计有效面积平均值  $\overline{A_{T0}}$  的 A 类不确定度如下：

$$u_A(\overline{A_{T0}}) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (A_{T0i} - \overline{A_{T0}})^2}{n(n-1)}} \quad (18)$$

##### 2) B 类不确定度

被检活塞压力计有效面积的影响量及灵敏系数如表 4-6 所列，每个影响量引入的 B 类不确定度为该影响量的标准不确定度及其灵敏系数的乘积，表示为： $u_{ri}(A_{T0}) = c_{ri} u(x_i)$

##### 3) 合成标准不确定度

对各不确定度分量按照方和根的方法合成，合成标准不确定度如下：

$$u_c(A_{T0}) = \sqrt{\left(\frac{1}{A_{T0}}\right)^2 u_A^2(\overline{A_{T0}}) + \left(\frac{1}{M}\right)^2 u^2(M) + \left(\frac{1}{g}\right)^2 u^2(g) + \left(\frac{1}{p_s}\right)^2 u^2(p_s) + \left(\frac{1}{\rho_m}\right)^2 u(\rho_a) + \alpha^2 u^2(t) + \sin^2 \theta u^2(\theta) + p^2 u^2(\lambda) + \left(\frac{\rho_l g}{p_s}\right)^2 u^2(h) + \left(\frac{1}{Mg}\right)^2 u^2(F_r)} \quad (19)$$

#### 4.1.3 扩展不确定度

0.005% 级活塞压力计的有效面积扩展不确定度表示为：

$$U = k u_{rc}(A_{T0}) \quad (20)$$

$$k=2$$

## 4.2 起始平衡法确定活塞有效面积及其测量不确定度

当在恒温实验室采用标准活塞压力计对材料和结构类似的下一级标准进行检定时，由于两台活塞压力计压力形变系数和温度系数一致，检定时所用砝码材料相同，因此有以下公式成立

$$p_0 = \frac{M_{s0}g\left(1 - \frac{\rho_a}{\rho_m}\right) + \Gamma C}{A_{s0}[1 + \alpha(t - 20)](1 + \lambda p_0)} = \frac{M_{T0}g\left(1 - \frac{\rho_a}{\rho_m}\right) + \Gamma C'}{A_{T0}[1 + \alpha(t - 20)](1 + \lambda p_0)} + \rho_l gh \quad (21)$$

$$p_i = \frac{(m_{si} + M_{s0})g\left(1 - \frac{\rho_a}{\rho_m}\right) + \Gamma C}{A_{s0}[1 + \alpha(t - 20)](1 + \lambda p_i)} = \frac{(m_{Ti} + M_{T0})M_{Ti}g\left(1 - \frac{\rho_a}{\rho_m}\right) + \Gamma C'}{A_{T0}[1 + \alpha(t - 20)](1 + \lambda p_i)} + \rho_l gh \quad (22)$$

(21) 式两端乘以  $(1 + \lambda p_i)$ ，(22) 式两端乘以  $(1 + \lambda p_0)$ ，然后相减，并考虑到  $\lambda \rho_l gh(p_i - p_0)$  为二阶小量，则有：

$$\frac{m_{Si}}{A_{S0}} = \frac{m_{Ti}}{A_{T0}}$$

$$\text{则被检活塞压力计的有效面积计算公式为：} A_{T0} = \frac{m_{Ti}}{m_{Si}} A_{S0} \quad (23)$$

### 4.2.1 影响量及其灵敏系数

通过对各影响量求偏导并除以  $A_{T0}$ ，可得各影响量的相对灵敏系数如下表 4-7：

表 4-7

影响量 $x_i$	$M_{Ti}$	$M_{Si}$	$A_{S0}$	$\theta$	$F_r$
相对灵敏系数 $c_{ri}$	$1/M_{Ti}$	$1/M_{Si}$	$1/A_{S0}$	$\sin\theta$	$1/(A_{T0} \times p)$

### 4.2.2 合成标准不确定度

#### 1) A 类不确定度

通过对活塞面积的  $n$  次测量，分别得到  $A_{T01}$ 、 $A_{T02}$  ……  $A_{T0i}$  ……  $A_{T0n}$ ，采用贝塞尔公式计算 A 类不确定度如下：

$$u_A(\overline{A_{T0}}) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (A_{T0i} - \overline{A_{T0}})^2}{n(n-1)}} \quad (24)$$

#### 2) B 类不确定度

被检活塞压力计有效面积的影响量及灵敏系数如表 4-7 所列，每个影响量引入的 B 类不确定度为该影响量的标准不确定度及其相对灵敏系数的乘积，表示为： $u_{ri}(A_{T0}) = c_{ri} u(x_i)$

#### 3) 合成标准不确定度

对各不确定度分量按照方和根的方法合成，合成标准不确定度如下：

$$\begin{aligned} u_{rc}(A_{T0}) &= \sqrt{\left(\frac{1}{A_{T0}}\right)^2 u_A^2(A_{T0}) + \left(\frac{1}{m_{Ti}}\right)^2 u^2(m_{Ti}) + \left(\frac{1}{m_{Si}}\right)^2 u^2(m_{Si}) + \left(\frac{1}{A_{S0}}\right)^2 u^2(A_{S0}) + \sin^2 \theta u^2(\theta) + \left(\frac{1}{A_{T0} p}\right)^2 u^2(F_r)} \\ &= \sqrt{u_{rA}^2(A_{T0}) + u_r^2(m_{Ti}) + u_r^2(m_{Si}) + u_r^2(A_{S0}) + \sin^2 \theta u^2(\theta) + \left(\frac{1}{A_{T0} p}\right)^2 u^2(F_r)} \end{aligned} \quad (25)$$

#### 4) 扩展不确定度

活塞压力计的有效面积扩展不确定度表示为：

$$U = k u_{rc}(\overline{A_{T0}}) \quad (26)$$

$$k=2$$

## 附件一

## 示例：一等标准气体活塞压力计活塞有效面积测量不确定度评定

计量标准为工作基准活塞式压力计，采用 4.1 节所述全压法确定被检一等标准气体活塞压力计的有效面积。

工作基准活塞式压力计技术参数如下表：

表：工作基准活塞式压力计技术参数

序号	名称	工作基准活塞式压力计
1	测量范围	(25~1700) kPa
2	出厂编号	0340
3	工作介质	氮气，对应 0.4MPa 压力 $\rho_f=7.4\text{kg/m}^3$
4	活塞有效面积	$A_{s0}=1.961036\times 10^{-4}\text{m}^2$
5	活塞有效面积相对测量不确定度	$U_r(A_{s0})=2.5\times 10^{-5}$ , $k=2$
6	活塞系统的热膨胀系数	$\alpha_s=9\times 10^{-6}\text{ }^\circ\text{C}^{-1}$
7	活塞系统的形变系数	$\lambda_s=-1.67\times 10^{-6}\text{MPa}^{-1}$
8	砝码质量的相对测量不确定度	$U_r(m)=5\times 10^{-6}$ , $k=2$
9	砝码材料密度	$\rho_m=8000\text{kg/m}^3$
10	灵敏阈	$F_r=1\times 10^{-5}\text{kg}$

被检一等标准气体活塞压力计技术参数如下表：

表：一等标准气体活塞式压力计技术参数

序号	名称	工作基准活塞式压力计
1	测量范围	(-100~400) kPa
2	出厂编号	ZH9906
3	工作介质	氮气，对应 0.4MPa 压力 $\rho_f=7.4\text{kg/m}^3$
4	活塞有效面积标称值	$A_{T0}=2\times 10^{-4}\text{m}^2$
5	活塞系统的热膨胀系数	$\alpha_T=1.5\times 10^{-5}\text{ }^\circ\text{C}^{-1}$
6	活塞系统的形变系数	$\lambda_T=1.42\times 10^{-6}\text{MPa}^{-1}$
7	砝码质量的相对测量不确定度	$U_r(m)=5\times 10^{-6}$ , $k=2$
8	砝码材料密度	$\rho_m=8000\text{kg/m}^3$
9	灵敏阈	$F_r=2\times 10^{-5}\text{kg}$

检定条件如下表：

表：检定条件

序号	影响量	数值	不确定度
1	标准活塞压力计测量压力	$P_s=400\text{kPa}$	$u_r(P_s)=2.56\times 10^{-5}$
2	实验室重力加速度	$g=9.7944\text{m/s}^2$	-
3	实验室空气密度	$\rho_a=1.2\text{kg/m}^3$	-
4	工作位值差	$h=0.250\text{m}$	$u(h)=2\text{mm}$
5	活塞温度	$t=21\text{ }^\circ\text{C}$	$u(t)=0.5\text{ }^\circ\text{C}$

被检气体活塞压力计的有效面积由公式 (17) 计算，考虑到气体介质在活塞杆圆周上的张力可忽略不计，对于气体活塞压力计，公式 (17) 可简化为：

$$A_{T0} = \frac{Mg \left( 1 - \frac{\rho_a}{\rho_m} \right)}{(P_s - \rho_f gh) [1 + (\alpha_p + \alpha_c)(t - 20^\circ\text{C})] (1 + \lambda P)}$$

在 400kPa 压力点共进行三次压力平衡，被检活塞的有效面积检定结果如下：

序号	$A_{T01}$	$A_{T02}$	$A_{T03}$	平均值 $\overline{A_{T0}}$
单次测量 ( $\text{cm}^2$ )	2.0004675	2.0004622	2.0004726	2.0004674

### 1) A 类不确定度

采用贝塞尔公式计算有效面积平均值的标准不确定度:

$$u_A(\overline{A_{T0}}) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (A_{T0i} - \overline{A_{T0}})^2}{n(n-1)}} = \sqrt{\frac{(A_{T01} - \overline{A_{T0}})^2 + (A_{T02} - \overline{A_{T0}})^2 + (A_{T03} - \overline{A_{T0}})^2}{3 \times 2}}$$

$$= \sqrt{\frac{(0.1^2 + 5.2^2 + 5.2^2) \times 10^{-12}}{6}} = 3.0 \times 10^{-6} (\text{cm}^2)$$

转化为相对不确定度为:

$$u_{Ar}(\overline{A_{T0}}) = u_A(\overline{A_{T0}}) / \overline{A_{T0}} = 1.5 \times 10^{-6}$$

### 2) B 类不确定度

根据表 4-2 并考虑到这次量值传递为活塞传活塞, 不需考虑重力加速度  $g$  和大气密度  $\rho_a$  影响, 主要 B 类不确定度影响量及其相对灵敏系数  $c_{ri}$  如下表:

影响量 $x_i$	M	$p_s$	t	$\theta$	$\lambda$	h	$F_r$
相对灵敏系数 $c_{ri}$	1/M	1/ $p_s$	$\alpha_p + \alpha_c$	$\sin\theta$	$\rho$	$\rho/g / p_s$	1/( $A_{T0} \times p_s$ )

参数	相对灵敏系数 $c_{ri}$	影响量的标准不确定度 $u(x_i)$	相对标准不确定度 $u_{ri}(\overline{A_{T0}})$
标准活塞压力计			
$P_s$	标准器的压力测量相对不确定度		$u_r(p_s) = 12.8 \times 10^{-6}$
被检活塞压力计			
M	直接由砝码检定给出相对标准不确定度		$u_r(M) = 2.5 \times 10^{-6}$
t	$c_t = \alpha_T = 15 \times 10^{-6} / ^\circ\text{C}$	$u(t) = 0.5^\circ\text{C} / k = 0.29^\circ\text{C} (k = \sqrt{3})$	$c_t \times u(t) = 4.35 \times 10^{-6}$
$\theta$	$c_\theta = \sin\theta = \sin 1' = 2.9 \times 10^{-4}$	$u(\theta) = 2' / k = 3.35 \times 10^{-4} (k = \sqrt{3})$	$c_\theta \times u(\theta) = 0.097 \times 10^{-6}$
$\lambda$	$c_\lambda = p_s = 400 \text{ kPa} = 4 \times 10^{-1} \text{ MPa}$	$u(\lambda) = 4.6 \times 10^{-8} \text{ MPa}$	$c_\lambda \times u(\lambda) = 0.018 \times 10^{-6}$
h	$c_h = \rho/g / p_s = 7.4 \times 9.8 / (4 \times 10^5) = 1.8 \times 10^{-4} / \text{m}$	$u(h) = 2 \text{ mm} / k = 1.15 \times 10^{-3} \text{ m} (k = \sqrt{3})$	$c_h \times u(h) = 0.2 \times 10^{-6}$
$F_r$	$c_{F_r} = 1 / (A_{T0} \times p_s) = 1 / (2 \times 10^{-4} \text{ m}^2 \times 4 \times 10^5 \text{ Pa}) = 1.25 \times 10^{-2} \text{ N}$	$u(F_r) = 10 \text{ mg} \times g / k = 5.65 \times 10^{-5} \text{ N} (k = \sqrt{3})$	$c_{F_r} \times u(F_r) = 0.7 \times 10^{-6}$

### 2) 合成相对标准不确定度

对各不确定度分量按照方和根的方法合成, 合成标准不确定度如下:

$$u_{cr}(A_{T0}) = \sqrt{u_{Ar}^2(\overline{A_{T0}}) + u_r^2(M) + u_r^2(p_s) + \alpha^2 u^2(t) + \sin^2 \theta u^2(\theta) + p^2 u^2(\lambda) + \left(\frac{\rho g}{p_s}\right)^2 u^2(h) + \left(\frac{1}{A_{T0} \times p_s}\right)^2 u^2(F_r)}$$

$$= \sqrt{(1.5^2 + 2.5^2 + 12.8^2 + 4.35^2 + 0.097^2 + 0.018^2 + 0.2^2 + 0.7^2) \times 10^{-12}} = 1.32 \times 10^{-5}$$

### 3) 相对扩展不确定度

活塞压力计的有效面积扩展不确定度表示为:

$$U_r(A_{T0}) = 3 \times u_{cr}(A_{T0}) = 3.96 \times 10^{-5} (k = 3)$$

### 4) 被检活塞压力计有效面积检定结果

检定结果:  $2.00047 \times 10^{-4} \text{ m}^2$

相对扩展不确定度:  $U_r(A_{T0}) = 3.96 \times 10^{-5} (k = 3)$ 。



## 附件二、表 4-3 的说明

经过几次对《活塞压力计测量不确定度》初稿的讨论，与会代表希望对表 4-3 给予说明，鉴于此，这里就表 4-3 说明如下：

### 1) 砝码质量 M

对于工作基准活塞压力计，按照规程，专用砝码质量的最大允许误差为： $\pm 0.001\%$ ，对于一块质量为 5kg 的专用砝码，最大的不确定度为：

$$u(M) = 5\text{kg} \times 0.001\% = 5 \times 10^{-5} \text{kg}$$

对于活塞压力计，通常正常使用所用的最小砝码质量为一块主砝码的质量，如果取起始质量为 5kg，则可能的最大灵敏系数为：

$$C_{ri}(M) = 1/M = 1/5\text{kg} = 0.2/\text{kg}$$

则专用砝码质量引入的最大可能不确定度  $u_{ri}(p) = C_{ri}(M) \times u(M) = 1 \times 10^{-5} = 0.001\%$

### 2) 重力加速度 g

重力加速度可以通过直接测量得到，也可以由以下公式计算得到，

$$g_{h\phi} = \frac{9.80665 \times (1 - 0.00265 \times \cos 2\phi)}{1 + \frac{2h}{R}}$$

目前，直接测量重力加速度的准确度为： $2 \times 10^{-7}g$ ，而采用以上公式计算的重力加速度其不确定度为： $3 \times 10^{-5}g$ 。对于大多数实验室来说，所采用的重力加速度仍然由计算或查表得到。

由计算得到的重力加速度的最大不确定度为： $u(g) = 3 \times 10^{-4} \text{m/s}^2$

压力对重力加速度的灵敏系数为： $C_{ri}(g) = 1/g = 0.1 \text{s}^2/\text{m}$

则由计算得到的重力加速度引入的压力不确定度为： $u_{ri}(p) = C_{ri}(g) \times u(g) = 3 \times 10^{-5} = 0.003\%$

### 3) 空气密度 $\rho_a$

对于低海拔地区，空气密度取  $1.2 \text{kg/m}^3$ ，一般空气密度变化在： $\pm 0.05 \text{kg/m}^3$ ，则空气密度的不确定度为：

$$u(\rho_a) = 0.05 \text{kg/m}^3$$

压力对空气密度的灵敏系数为：

$$C_{ri}(\rho_a) = 1/\rho_a = 1/7920 \text{kg} = 1.26 \times 10^{-4} \text{m}^3/\text{kg}$$

则由空气密度引入的压力不确定度  $u_{ri}(p) = C_{ri}(\rho_a) \times u(\rho_a) = 1.26 \times 10^{-4} \text{m}^3/\text{kg} \times 0.05 \text{kg/m}^3 = 0.0006\%$

### 4) 砝码密度 $\rho_m$

不锈钢砝码的密度为  $7920 \text{kg/m}^3$ ，密度变化在： $\pm 100 \text{kg/m}^3$ ，则砝码密度的最大不确定度为：

$$u(\rho_m) = 100 \text{kg/m}^3$$

压力对砝码密度的灵敏系数为：

$$C_{ri}(\rho_m) = \rho_a / \rho_m^2 = 1.9 \times 10^{-8} \text{m}^3/\text{kg}$$

则由砝码密度引入的压力不确定度  $u_{ri}(p) = C_{ri}(\rho_m) \times u(\rho_m) = 1.9 \times 10^{-8} \text{m}^3/\text{kg} \times 100 \text{kg/m}^3 = 0.0002\%$

### 5) 表面张力系数 $\Gamma$

对于液体介质活塞压力计，液体表面张力引入的向下的力为： $\Gamma C$ ，该影响对大直径液体最为明显，因此这里以标称面积为  $1 \text{cm}^2$

的液体介质活塞压力计为例讨论。

一般介质油的表面张力系数为： $3 \times 10^{-2} \text{N/m}$ ，表面张力系数的不确定度为： $5 \times 10^{-3} \text{N/m}$ ，则表面张力系数的不确定度为：

$$u(\Gamma) = 5 \times 10^{-3} \text{N/m}$$

压力对表面张力系数的灵敏系数为：

$$C_{ri}(\Gamma) = C / (A \times p)$$

标称面积  $1 \text{cm}^2$  的活塞的周长  $C = 3.54 \times 10^{-2} \text{m}$ ，取压力  $p = 1 \times 10^5 \text{Pa}$ ，则：

$$C_{ri}(\Gamma) = 3.5 \times 10^{-3} \text{m/N}$$

则由表面张力系数引入的压力不确定度：

$$u_{ri}(p) = C_{ri}(\Gamma) \times u(\Gamma) = 3.5 \times 10^{-3} \text{m/N} \times 5 \times 10^{-3} \text{N/m} = 1.75 \times 10^{-5} \approx 0.0002\%$$

## 6) 活塞杆周长 C

标称面积 A 为  $1 \text{cm}^2$  的 0.005 级活塞组件，活塞面积的不确定度  $u(A)$  为： $0.003\% \times A$ ，活塞杆周长为：

$$C = 2\sqrt{\pi} \cdot \sqrt{A} = 3.54 \times 10^{-2} \text{m},$$

活塞杆周长的不确定度为：

$$\mu(C) = 4\sqrt{\pi} A^{-3/2} \mu(A) = 2.1 \times 10^{-6} \text{m},$$

压力对活塞周长的灵敏系数为：

$$C_{ri}(C) = \Gamma / (A \times p)$$

取压力  $p = 1 \times 10^5 \text{Pa}$ ，则：

$$C_{ri}(C) = 3 \times 10^{-3} / \text{m}$$

则由活塞周长引入的压力不确定度：

$$u_{ri}(C) = C_{ri}(C) \times u(C) = 3 \times 10^{-3} / \text{m} \times 2.1 \times 10^{-6} \text{m} = 6.3 \times 10^{-9} \approx 0.00000063\%$$

## 7) 活塞有效面积 $A_0$

对于工作基准活塞压力计，按照规程，活塞有效面积的最大允许误差为： $\pm 0.003\%$ ，以有效面积标称值为  $0.1 \text{cm}^2$  的活塞组件为例，有效面积  $A_0$  的最大的不确定度为：

$$u(A_0) = 1 \times 10^{-5} \text{m}^2 \times 0.003\% = 3 \times 10^{-10} \text{m}^2$$

压力对有效面积的灵敏系数为：

$$C_{ri}(A_0) = 1/A_0 = 1 \times 10^5 \text{m}^{-2}$$

活塞有效面积引入的最大可能不确定度  $u_{ri}(A_0) = C_{ri}(A_0) \times u(A_0) = 0.003\%$

## 8) 线性温度膨胀系数 $\alpha_P + \alpha_C$

常用的活塞杆和活塞筒材料有碳化钨和钢，它们的线性温度膨胀系数分别为： $9 \times 10^{-6} / ^\circ\text{C}$  和  $2.4 \times 10^{-5} / ^\circ\text{C}$ ，一般线性温度膨胀系数的测量不确定度为 10%，以钢材料活塞为例：

$$u(\alpha_P + \alpha_C) = 2.4 \times 10^{-5} / ^\circ\text{C} \times 10\% = 2.4 \times 10^{-6} / ^\circ\text{C}$$

对于没有热源且活塞研磨质量良好的工作基准活塞压力计，如果工作环境满足规程要求，活塞的温度变化一般不会超过  $1^\circ\text{C}$ ，

则压力对线性温度膨胀系数的灵敏系数为：

$$C_{ri}(\alpha_P + \alpha_C) = t - 20^\circ\text{C} = 1^\circ\text{C}$$

则由线性温度膨胀系数引入的压力不确定度：

$$u_{ri}(\alpha_P + \alpha_C) = C_{ri}(\alpha_P + \alpha_C) \times u(\alpha_P + \alpha_C) = 1^\circ\text{C} \times 2.4 \times 10^{-6} / ^\circ\text{C} = 0.00024\%$$

## 9) 活塞温度 $t$

工作基准活塞压力计，使用时，活塞温度的变化范围为： $0.2^\circ\text{C}$ ，温度  $t$  的最大的不确定度为：

$$u(t) = 0.2^\circ\text{C}$$

以钢质活塞为例，活塞的线性温度膨胀系数为： $2.4 \times 10^{-5} / ^\circ\text{C}$ ，则压力对温度的灵敏系数为：

$$C_{ri}(t) = \alpha_P + \alpha_C = 2.4 \times 10^{-5} / ^\circ\text{C}$$

则由活塞温度引入的压力不确定度：

$$u_{ri}(t) = C_{ri}(t) \times u(t) = 0.2^\circ\text{C} \times 2.4 \times 10^{-5} / ^\circ\text{C} = 0.00048\% \approx 0.0005\%$$

## 10) 测量压力 $P$

以  $250\text{MPa}$  的工作基准活塞压力计为例，压力测量  $P$  的最大的不确定度为：

$$u(p) = 0.005\% \times P = 5 \times 10^{-5} \times 2.5 \times 10^2 = 1.25 \times 10^{-2} \text{MPa}$$

以钢质活塞为例，活塞的压力形变系数为： $5 \times 10^{-6} / \text{MPa}$ ，则压力对压力的灵敏系数为：

$$C_{ri}(p) = \lambda = 5 \times 10^{-6} / \text{MPa}$$

则由测量压力引入的压力不确定度：

$$u_{ri}(p) = C_{ri}(p) \times u(p) = 6.25 \times 10^{-8} = 0.00000625\% \approx 0.000006\%$$

## 11) 活塞压力形变系数 $\lambda$

以钢质活塞工作基准活塞压力计为例，压力形变系数  $\lambda$  大约为： $5 \times 10^{-6} / \text{MPa}$ ，一般压力形变系数的不确定度可较容易的确定到  $5\%$ ，则最大不确定度为：

$$u(\lambda) = 5\% \times \lambda = 5 \times 10^{-2} \times 5 \times 10^{-6} / \text{MPa} = 2.5 \times 10^{-7} / \text{MPa}$$

以  $250\text{MPa}$  工作基准活塞压力计为例，压力对压力形变系数  $\lambda$  的灵敏系数为：

$$C_{ri}(\lambda) = P = 250\text{MPa}$$

则由压力形变系数引入的压力不确定度：

$$u_{ri}(\lambda) = C_{ri}(\lambda) \times u(\lambda) = 6.25 \times 10^{-5} = 0.00625\% \approx 0.006\%$$

## 12) 活塞轴线与垂直方向的夹角 $\theta$

按照规程，工作基准活塞压力计活塞的轴线偏离垂直方向的角度应小于  $2'$ ，则最大不确定度为：

$$u(\theta) = 2' = 5.8 \times 10^{-4}$$

如果忘记了调节活塞的垂直，则活塞偏离垂直方向  $20'$  以上是不可避免的，折算为弧度为： $5.8 \times 10^{-4}$ 。

压力对活塞轴线与垂直方向的夹角  $\theta$  的灵敏系数为：

$$C_{ri}(\theta) = \sin\theta = \sin 1' = 2.9 \times 10^{-4}$$

如果活塞轴线偏离垂直方向  $20'$ ，则：

$$C_{ri}(\theta) = \sin\theta = \sin 10' = 2.9 \times 10^{-3}$$

则由活塞轴线偏离垂直方向引入的压力不确定度:

$$u_{ri}(\theta) = C_{ri}(\theta) \times u(\theta) = 2.9 \times 10^{-4} \times 5.8 \times 10^{-4} = 1.68 \times 10^{-7} \approx 0.000017\%$$

如果活塞轴线偏离垂直方向 20', 则由活塞轴线偏离垂直方向引入的压力不确定度可达: 0.0017%, 可见, 活塞调平是不可忽视的。

### 13) 液柱差 H

液柱差的影响以小量程液体活塞压力计最为明显, 现以 0.6MPa 工作基准活塞压力计为例讨论, 一般确定活塞位置差测量不确定度可达到 5mm, 则最大不确定度为:

$$u(H) = 5\text{mm} = 5 \times 10^{-3}\text{m}$$

0.6MPa 工作基准活塞压力计的工作压力下限不大于 60kPa, 计算压力对液柱差 H 的灵敏系数为:

$$C_{ri}(H) = \rho_l g / p = 9 \times 10^2 \text{kg/m}^3 \times 9.8 \text{m/s}^2 / 6 \times 10^4 \text{Pa} = 1.47 \times 10^{-1} / \text{m}$$

则由液柱差引入的压力不确定度:

$$u_{ri}(H) = C_{ri}(H) \times u(H) = 5 \times 10^{-4} = 0.0735\%$$

由此可见, 如果不能精确确定液柱差, 0.6MPa 的油介质工作基准活塞压力计几乎不能达到工作指标。

### 14) 参考真空 $P_r$

对于绝压测量活塞压力计, 采用较好的机械泵, 参考真空一般可达到 5Pa, 采用皮拉尼真空计, 真空测量不确定度为 10%。则参考真空的不确定度为:

$$u(P_r) = 5\text{Pa} \times 10\% = 0.5\text{Pa}$$

设测量压力为绝压 10kPa, 压力对参考真空  $P_r$  的灵敏系数为:

$$C_{ri}(P_r) = 1/p = 1 \times 10^{-4} / \text{Pa}$$

则由参考真空引入的压力不确定度为:

$$u_{ri}(P_r) = C_{ri}(P_r) \times u(P_r) = 5 \times 10^{-5} = 0.005\%$$

### 15) 鉴别力 $F_r$

对于常见的 100kg 砝码组活塞压力计, 要求工作基准活塞压力计的鉴别力不大于 50mg, 即:

$$u(F_r) = 5 \times 10^{-5} \text{kg} \times 9.8 \text{m/s}^2 = 4.9 \times 10^{-4} \text{N}$$

鉴别力  $F_r$  的灵敏系数为:

$$C_{ri}(F_r) = 1/(A \times p) \approx 1/(m \times g)$$

设活塞起始测量压力点所加砝码为 5kg, 则鉴别力  $F_r$  的灵敏系数为:

$$C_{ri}(F_r) = 1/(m \times g) = 1/(5\text{kg} \times 9.8 \text{m/s}^2) = 2 \times 10^{-2} / \text{N}$$

由活塞鉴别力引入的不确定度为:

$$u_{ri}(F_r) = C_{ri}(F_r) \times u(F_r) = 9.8 \times 10^{-6} = 0.00098\% \approx 0.001\%$$

## 附件一、灵敏系数的推导

### 1 活塞压力计压力测量表达式

一般活塞压力计测量的压力可表示为：

$$P = \frac{\left[ Mg \left( 1 - \frac{\rho_a}{\rho_m} \right) + \Gamma C + F_r \right] \cos \theta}{A_0 [1 + (\alpha_p + \alpha_c)(t - 20^\circ C)] (1 + \lambda p)} + \rho_l g h + P_r \quad (1)$$

其中， $\rho_l g h$  为液柱差修正项， $\rho_l$  为测压介质密度， $h$  为压力测量点距活塞低端的距离，当测量点高出活塞低端时  $h$  为负，反之为正。 $P_r$  为参考真空，绝压测量时为真空罩中的压力，表压测量时为零。

要使用一台活塞压力计获得必要的测量准确度，必须对该活塞压力计的有关参数予以重视。

### 2. 标准活塞压力计的主要不确定度分量

当用活塞压力计测量压力时，压力由式（1）计算得到，其中各个量  $x_i$  对压力的影响是不一样的，这通常用灵敏系数表示，

$$\text{即： } c_i = \frac{\partial P}{\partial x_i}$$

$$\text{或者采用相对灵敏系数： } c_{ri} = \frac{1}{P} \times \frac{\partial P}{\partial x_i}$$

活塞压力计各不确定度分量及其灵敏度列表如下

影响量 $x_i$	M	g	$\rho_a$	$\rho_M$	$A_0$	$\alpha_p + \alpha_c$	t	p	$\theta$	$\lambda$
相对灵敏系数 $c_{ri}$	1/M	1/g	1/ $\rho_M$	$\rho_a/\rho_M^2$	1/ $A_0$	t-20°C	$\alpha_p + \alpha_c$	$\lambda$	sin $\theta$	p
影响量 $x_i$	$\Gamma$	C	H	$\rho_r$	$F_r$					
灵敏系数 $c_i$	C/ $A_0$	$\Gamma/A_0$	$\rho_l g$	1	1/ $A_0$					

### 3. 各影响量的灵敏系数或相对灵敏系数的推导

下面给出各影响量的灵敏系数或相对灵敏系数的推导。

为了计算相对灵敏系数，我们首先要确定 1/P。P 表达式中，最后两项相对 P 值非常小，最坏情况相对 P 值也在百分之一，计算灵敏系数时可忽略。

即，计算相对灵敏系数时，可采用下式：

$$\frac{1}{P} = \frac{A_0 [1 + (\alpha_p + \alpha_c)(t - 20^\circ C)] (1 + \lambda p)}{\left[ Mg \left( 1 - \frac{\rho_a}{\rho_M} \right) + \Gamma C + F_r \right] \cos \theta} \quad (2)$$

#### 3.1 影响量砝码质量的灵敏系数

压力 P 对质量 M 的求偏倒如下：

$$\frac{\partial P}{\partial M} = \frac{g \left( 1 - \frac{\rho_a}{\rho_M} \right) \cos \theta}{A_0 [1 + (\alpha_p + \alpha_c)(t - 20^\circ C)] (1 + \lambda p)} \quad (3)$$

用相对灵敏系数表示：

$$\begin{aligned} \frac{1}{p} \bullet \frac{\partial p}{\partial M} &= \frac{A_0 [1 + (\alpha_p + \alpha_c)(t - 20^\circ \text{C})] (1 + \lambda p)}{\left[ Mg \left( 1 - \frac{\rho_a}{\rho_M} \right) + \Gamma C + F_r \right] \cos \theta} \bullet \frac{g \left( 1 - \frac{\rho_a}{\rho_M} \right) \cos \theta}{A_0 [1 + (\alpha_p + \alpha_c)(T - 20^\circ \text{C})] (1 + \lambda p)} \\ &= \frac{g \left( 1 - \frac{\rho_a}{\rho_M} \right)}{Mg \left( 1 - \frac{\rho_a}{\rho_M} \right) + \Gamma C + F_r} \approx \frac{1}{M} \end{aligned} \quad (4)$$

### 3. 2 影响量重力加速度的灵敏系数

同样可推导出重力加速度  $g$  的相对灵敏系数如下:

$$\frac{1}{p} \bullet \frac{\partial p}{\partial g} = \frac{1}{g} \quad (5)$$

### 3. 3 影响量空气密度的灵敏系数

压力  $P$  对空气密度  $\rho_a$  的求偏倒如下:

$$\frac{\partial p}{\partial \rho_a} = \frac{-\frac{Mg}{\rho_M} \cos \theta}{A_0 [1 + (\alpha_p + \alpha_c)(t - 20^\circ \text{C})] (1 + \lambda p)} \quad (6)$$

用相对灵敏系数表示:

$$\begin{aligned} \frac{1}{p} \bullet \frac{\partial p}{\partial \rho_a} &= \frac{A_0 [1 + (\alpha_p + \alpha_c)(t - 20^\circ \text{C})] (1 + \lambda p)}{\left[ Mg \left( 1 - \frac{\rho_a}{\rho_M} \right) + \Gamma C + F_r \right] \cos \theta} \bullet \frac{-\frac{Mg}{\rho_M} \cos \theta}{A_0 [1 + (\alpha_p + \alpha_c)(T - 20^\circ \text{C})] (1 + \lambda p)} \\ &= \frac{-\frac{Mg}{\rho_M}}{Mg \left( 1 - \frac{\rho_a}{\rho_M} \right) + \Gamma C + F_r} = \frac{-\frac{1}{\rho_M}}{1 - \frac{\rho_a}{\rho_M} + \Gamma C + F_r} \approx -1 / \rho_M \end{aligned} \quad (7)$$

### 3. 4 影响量砝码密度的灵敏系数

同样可推导出砝码密度  $\rho_M$  的相对灵敏系数如下:

$$\frac{1}{p} \bullet \frac{\partial p}{\partial \rho_M} = \frac{\rho_a}{\rho_M^2} \quad (8)$$

### 3. 5 影响量表面张力系数的灵敏系数

压力  $P$  对介质表面张力系数求偏倒如下:

$$\frac{\partial p}{\partial \Gamma} = \frac{C \cos \theta}{A_0 [1 + (\alpha_p + \alpha_c)(t - 20^\circ \text{C})] (1 + \lambda p)} \approx \frac{C}{A_0} \quad (9)$$

从上式可知, 表面张力系数的灵敏系数与压力值无关, 在整个压力测量范围内为一常数, 而相对灵敏系数与压力成反比, 因此, 表面张力系数的灵敏系数采用绝对灵敏系数。

### 3. 6 影响量活塞周长的灵敏系数

同样可推导出活塞周长  $C$  的灵敏系数如下:

$$\frac{\partial p}{\partial C} = \frac{\Gamma \cos \theta}{A_0 [1 + (\alpha_p + \alpha_c)(t - 20^\circ \text{C})] (1 + \lambda p)} \approx \frac{\Gamma}{A_0} \quad (10)$$

### 3. 7 影响量灵敏阈的灵敏系数

压力  $P$  对灵敏阈求偏倒如下:

$$\frac{\partial p}{\partial F_r} = \frac{\cos \theta}{A_0 [1 + (\alpha_p + \alpha_c)(t - 20^\circ \text{C})] (1 + \lambda p)} \approx \frac{1}{A_0} \quad (11)$$

### 3. 8 影响量活塞垂直度的灵敏系数

压力  $P$  对垂直度  $\theta$  的求偏倒如下:

$$\frac{\partial p}{\partial \theta} = - \frac{\left[ Mg \left( 1 - \frac{\rho_a}{\rho_M} \right) + \Gamma C + F_r \right] \sin \theta}{A_0 [1 + (\alpha_p + \alpha_c)(t - 20^\circ \text{C})] (1 + \lambda p)} \quad (12)$$

用相对灵敏系数表示:

$$\begin{aligned} \frac{1}{p} \cdot \frac{\partial p}{\partial \theta} &= \frac{A_0 [1 + (\alpha_p + \alpha_c)(t - 20^\circ \text{C})] (1 + \lambda p)}{\left[ Mg \left( 1 - \frac{\rho_a}{\rho_M} \right) + \Gamma C + F_r \right] \cos \theta} \cdot \frac{- \left[ Mg \left( 1 - \frac{\rho_a}{\rho_M} \right) + \Gamma C + F_r \right] \sin \theta}{A_0 [1 + (\alpha_p + \alpha_c)(T - 20^\circ \text{C})] (1 + \lambda p)} \\ &= - \frac{\sin \theta}{\cos \theta} \approx - \sin \theta \end{aligned} \quad (13)$$

### 3. 9 影响量活塞有效面积的灵敏系数

压力  $P$  对活塞有效面积求偏倒如下:

$$\frac{\partial p}{\partial A_0} = - \frac{\left[ Mg \left( 1 - \frac{\rho_a}{\rho_M} \right) + \Gamma C + F_r \right] \cos \theta}{A_0^2 [1 + (\alpha_p + \alpha_c)(t - 20^\circ \text{C})] (1 + \lambda p)} \quad (14)$$

用相对灵敏系数表示:

$$\begin{aligned} \frac{1}{p} \cdot \frac{\partial p}{\partial A_0} &= \frac{A_0 [1 + (\alpha_p + \alpha_c)(t - 20^\circ \text{C})] (1 + \lambda p)}{\left[ Mg \left( 1 - \frac{\rho_a}{\rho_M} \right) + \Gamma C + F_r \right] \cos \theta} \cdot \frac{- \left[ Mg \left( 1 - \frac{\rho_a}{\rho_M} \right) + \Gamma C + F_r \right] \cos \theta}{A_0^2 [1 + (\alpha_p + \alpha_c)(T - 20^\circ \text{C})] (1 + \lambda p)} \\ &= \frac{1}{A_0} \end{aligned} \quad (15)$$

### 3. 10 影响量活塞线性膨胀系数的灵敏系数

压力  $P$  对活塞线性膨胀系数  $\alpha_p$  求偏倒如下:

$$\frac{\partial p}{\partial \alpha_p} = - \frac{\left[ Mg \left( 1 - \frac{\rho_a}{\rho_M} \right) + \Gamma C + F_r \right] \cos \theta \times (t - 20^\circ \text{C})}{A_0 [1 + (\alpha_p + \alpha_c)(t - 20^\circ \text{C})]^2 (1 + \lambda p)} \quad (16)$$

用相对灵敏系数表示:

$$\begin{aligned} \frac{1}{p} \cdot \frac{\partial p}{\partial \alpha_p} &= \frac{A_0 [1 + (\alpha_p + \alpha_c)(t - 20^\circ C)] (1 + \lambda p)}{\left[ Mg \left( 1 - \frac{\rho_a}{\rho_M} \right) + \Gamma C + F_r \right] \cos \theta} \cdot \frac{- \left[ Mg \left( 1 - \frac{\rho_a}{\rho_M} \right) + \Gamma C + F_r \right] \cos \theta \times (t - 20^\circ C)}{A_0 [1 + (\alpha_p + \alpha_c)(T - 20^\circ C)]^2 (1 + \lambda p)} \\ &= - \frac{t - 20^\circ C}{1 + (\alpha_p + \alpha_c)(t - 20^\circ C)} \approx -(t - 20^\circ C) \end{aligned} \quad (17)$$

### 3. 11 影响量活塞筒线性膨胀系数的灵敏系数

同样可推导出活塞筒线性膨胀系数  $\alpha_c$  的相对灵敏系数如下:

$$\frac{1}{p} \cdot \frac{\partial p}{\partial \alpha_c} = -(t - 20^\circ C) \quad (18)$$

### 3. 12 影响量活塞温度的灵敏系数

同样可推导出活塞温度  $t$  的相对灵敏系数如下:

$$\frac{1}{p} \cdot \frac{\partial p}{\partial t} = -(\alpha_p + \alpha_c) \quad (19)$$

### 3. 13 影响量活塞压力形变系数的灵敏系数

压力  $P$  对活塞压力形变系数  $\lambda$  求偏倒如下:

$$\frac{\partial p}{\partial \lambda} = - \frac{\left[ Mg \left( 1 - \frac{\rho_a}{\rho_M} \right) + \Gamma C + F_r \right] \cos \theta \times p}{A_0 [1 + (\alpha_p + \alpha_c)(t - 20^\circ C)] (1 + \lambda p)^2} \approx -p^2 \quad (20)$$

用相对灵敏系数表示:

$$\begin{aligned} \frac{1}{p} \cdot \frac{\partial p}{\partial \alpha_p} &= \frac{A_0 [1 + (\alpha_p + \alpha_c)(t - 20^\circ C)] (1 + \lambda p)}{\left[ Mg \left( 1 - \frac{\rho_a}{\rho_M} \right) + \Gamma C + F_r \right] \cos \theta} \cdot \frac{- \left[ Mg \left( 1 - \frac{\rho_a}{\rho_M} \right) + \Gamma C + F_r \right] \cos \theta \times p}{A_0 [1 + (\alpha_p + \alpha_c)(T - 20^\circ C)] (1 + \lambda p)^2} \\ &= - \frac{p}{1 + \lambda p} \approx -p \end{aligned} \quad (21)$$

### 3. 14 影响量压力的灵敏系数

压力  $P$  对系统压力  $p$  求偏倒如下:

$$\frac{\partial p}{\partial p} = - \frac{\left[ Mg \left( 1 - \frac{\rho_a}{\rho_M} \right) + \Gamma C + F_r \right] \cos \theta \times \lambda}{A_0 [1 + (\alpha_p + \alpha_c)(t - 20^\circ C)] (1 + \lambda p)^2} \quad (22)$$

用相对灵敏系数表示:

$$\begin{aligned} \frac{1}{p} \cdot \frac{\partial p}{\partial \alpha_p} &= \frac{A_0 [1 + (\alpha_p + \alpha_c)(t - 20^\circ C)] (1 + \lambda p)}{\left[ Mg \left( 1 - \frac{\rho_a}{\rho_M} \right) + \Gamma C + F_r \right] \cos \theta} \cdot \frac{- \left[ Mg \left( 1 - \frac{\rho_a}{\rho_M} \right) + \Gamma C + F_r \right] \cos \theta \times \lambda}{A_0 [1 + (\alpha_p + \alpha_c)(T - 20^\circ C)] (1 + \lambda p)^2} \\ &= - \frac{\lambda}{1 + \lambda p} \approx -\lambda \end{aligned} \quad (23)$$



### 3. 15 影响量液柱差的灵敏系数

压力  $P$  对液柱差求  $h$  偏倒如下:

$$\frac{\partial p}{\partial h} = \rho_l g \quad (24)$$

### 3. 16 影响量参考真空的灵敏系数

压力  $P$  对参考真空  $P_r$  求偏倒如下:

$$\frac{\partial p}{\partial P_r} = 1 \quad (25)$$